

APLICACIÓN DEL MODELO ANFIS PARA PREDICCIÓN DE SERIES DE TIEMPO

APPLICATION OF THE ANFIS FOR TIME SERIES PREDICTION

Gabriel Jaime Correa-Henao, Ph.D

*Grupo de Investigación SISCO,
Fundación Universitaria Luis Amigó
Medellín, Colombia
gabriel.correa@amigo.edu.co*

Lina María Montoya-Suárez, MSc

*Grupo de Investigación SISCO,
Fundación Universitaria Luis Amigó
Medellín, Colombia
linamoon84@hotmail.com*

(Recibido el 11-11-2012. Aprobado el 20-12-2012)

Resumen. El artículo presenta la descripción y posterior aplicación de una metodología de Redes Neuro-Difusas aplicadas al problema de predicción de series de tiempo en el mercado de capitales de corto plazo. Estas aplicaciones proporcionan criterios de referencia para inversión especulativa en la bolsa de valores de Colombia, en la medida que complementan la realización de análisis técnicos y fundamentales. La aplicación presentada en este artículo se fundamenta en una herramienta basada en el modelo ANFIS (Adaptive Neuro-Based Fuzzy Inference System) la cual está disponible en lenguaje MATLAB, con utilidad en el pronóstico de series de tiempo. La herramienta aquí empleada se apoya en métodos heurísticos que combinan redes neuronales y lógica difusa, en las cuales se definen la cantidad y tipo de funciones de pertenencia de las variables de entrada. El decisor puede confiar en la efectividad de la predicción gracias al método de cálculo de los errores residuales. También se realizan comparaciones con otras medidas como el error medio cuadrático y las desviaciones estándar del pronóstico, que son directamente calculados desde los modelos propuestos.

Palabras clave: Pronósticos, Series de Tiempo, Incertidumbre, Redes ANFIS, Redes Neuro-difusas, Análisis Bursátil

Abstract. The article presents the description and subsequent application of a methodology of networking Neuro-Difuse applied to the problem of time series forecast in short-term capital market. These applications provide benchmarks for speculative investment in the stock exchange in Colombia, to the extent that complement technical and fundamental analysis. The application presented in this article is based on a tool based on the ANFIS (Adaptive Neuro-Based Fuzzy Inference System) model which is available in MATLAB language, useful in time-series forecasting. The tool used is based on heuristic methods that combine neural networks and fuzzy logic, which define the amount and type of membership of the input variables functions. The decision-maker can rely on the effectiveness of the prediction due to the method of calculation of the residual error. Comparisons are also made with other measures such as the mean square error and the standard deviations of the prognosis, which are directly calculated from the proposed models.

Keywords: Forecasting, time Series, uncertainty, networks ANFIS, Neuro-fuzzy networks, stock market analysis

1. INTRODUCCIÓN

El mercado accionario colombiano constituye la motivación para abordar la realización del presente artículo, específicamente relacionado con el pronóstico del precio de acciones en el corto plazo. Bajo la suposición de que los eventos futuros contienen información y características del comportamiento pasado, el objetivo de estos pronósticos es identificar patrones relacionados con ocurrencias previas y así, proporcionar una idea del comportamiento futuro del precio [1], [2]. Es evidente que para obtener ganancias en el mercado bursátil se requiere comprar una acción a un precio dado y venderla cuando haya alcanzado un precio superior; por tanto, es importante en esta clase de inversión predecir con altas probabilidades de certeza que una acción subirá de precio en un periodo de tiempo razonable para entonces venderla y ganar utilidades [2], [3].

Una de las principales dificultades en el pronóstico de precios de acciones es la gran cantidad de elementos y variables que parecen influir sobre el comportamiento del mercado, pero ante el supuesto de que la información del pasado proporciona elementos de pronóstico, es posible identificar tendencias futuras en las series de tiempo [4], [5].

Esta situación constituye una motivación importante para presentar los resultados de esta investigación, en la que se utilizan las funciones Anfis y Fuzzy de Matlab [6], [7], [8], a través de una aplicación donde los pronósticos son usados principalmente, para hacer insinuaciones del comportamiento futuro de un sistema y apoyar los procesos de planeación y toma de decisiones.

La primera parte de este artículo enuncia las principales estrategias de análisis bursátiles y enuncia los índices sobre los que se realiza una toma de decisiones por parte de agentes especulativos, con especial énfasis en la Bolsa de Valores de Colombia.

La segunda parte del artículo proporciona una descripción de la metodología ANFIS para pronósticos de series de tiempo y provee una reflexión específica acerca de la conveniencia de la utilización de los modelos ANFIS para la realización de predicciones. Lo anterior incluye una descripción de los diferentes indicadores que permiten razonar sobre la efectividad de los pronósticos.

La tercera parte del artículo presenta una aplicación de la metodología en el caso específico de la Bolsa de Valores de Colombia, a través de la herramienta Anfis y Fuzzy de Matlab [6], [7], [8] con lo que se proporcionan soportes para utilizar redes neurodifusas en la tarea de pronósticos.

Algunas conclusiones y futuros trabajos relacionados con esta área de investigación se presentan al final del artículo.

2. ESTRATEGIAS DE ANÁLISIS BURSÁTIL

A lo largo del tiempo, uno de los principales debates en el análisis del mercado financiero ha sido la relativa validez de dos de los métodos de análisis más usados: fundamental y técnico [2], [9], [10]. Pero aunque existe un punto claro de diferenciación entre ambas teorías, porque el análisis fundamental estudia las causas de los movimientos del mercado, mientras que el técnico estudia los efectos de esos movimientos, se ha sugerido que la combinación de ambos enfoques constituye una buena estrategia de análisis bursátil [11].

Sin embargo, el análisis de acciones con propósitos de inversión es una actividad difícil y ningún método, por complejo o completo que sea, elimina el riesgo inherente a esta clase de inversiones [12]. Si el inversionista tuviera certeza sobre las circunstancias que existirán en un tiempo dado, la preparación de un pronóstico sería trivial, pero dado que la incertidumbre es un elemento que siempre va a estar presente en situaciones de pronósticos, los investigadores desarrollan diferentes metodologías que permitan reducir dicho riesgo, algunas basadas en matemáticas o estadísticas, y otras con teorías más complejas que involucran modernos sistemas computacionales como redes neuronales, lógica difusa, sistemas neurodifusos, programación genética y evolutiva y la teoría del caos, herramientas enmarcadas en el paradigma de la Inteligencia Artificial [5], [13], [14], [15], [16], [17], [18], [19].

Como se indicó inicialmente, existen muchos métodos que buscan dar información que oriente la difícil decisión de qué acción comprar o vender y cuándo hacerlo [5]. Los dos acercamientos principales para el estudio del mercado bursátil se explican en las subsecciones siguientes.

2.1 Análisis fundamental

El método consiste en conocer y evaluar la situación financiera de los mercados, tanto en el entorno macroeconómico como en las condiciones microeconómicas de cada empresa cotizante en la bolsa de valores [10].

El uso de este método involucra factores de diversa índole que pueden afectar potencialmente la oferta y demanda de acciones. Algunos son: [20], [21], [22]

- *Económicos*: PIB, inflación, tasa cambiaria de pesos a dólares, tasas de interés, circulante, precio internacional del petróleo, rendimiento de otras alternativas de inversión [12].
- *Políticos*: regulación gubernamental [12].
- *Psicológicos*: ánimo de los inversionistas, incertidumbre [12].
- *Características de la empresa*: análisis de estados financieros, utilidades, índices [12].
- *Análisis estratégico de la empresa*: productos, accionistas, planes de expansión, competencia, tecnología [12], [23].

Dentro de las limitaciones del Análisis fundamental se destacan el retraso en la publicación de los balances y cuentas de resultados (trimestre vencido según la legislación colombiana) de las sociedades que cotizan en bolsa, lo que constituye una importante limitación toda vez que los estados financieros son la base para el análisis fundamental [9], [24].

2.2 Análisis técnico

Los análisis técnicos estudian directamente los movimientos que se producen en los mercados de acciones, observando exclusivamente la evolución de las cotizaciones a lo largo de un periodo de tiempo, a fin de predecir futuras tendencias. Este tipo de análisis tuvo sus orígenes a finales de 1880 y fue introducido por Charles H. Dow [12], [25].

El análisis técnico hace, por tanto, una interpretación de los precios históricos de las acciones como elemento predictivo de su comportamiento futuro. Su argumento es la formación de los precios mediante interacciones y relaciones entre la oferta y demanda (comportamiento humano), las cuales pueden ser descompuestas en patrones que identifican las tendencias y con ello el comportamiento futuro [21], [26]. El análisis técnico se basa en varios postula-

dos y se puede apoyar en el uso de herramientas de análisis como los gráficos de volumen y el manejo de indicadores [11], [22], [24]:

- Sostener que los fenómenos de la bolsa reflejan el sentimiento y la actitud de grupos humanos. Se sabe que el comportamiento individual es impredecible, pero que puede predecirse cuando forma parte de un grupo [21].
- Establecer que entre el mediano y el largo plazo, los movimientos de los precios de una emisora y de los índices bursátiles no son aleatorios o desordenados, sino que tienen una estructura con una lógica propia, de tal manera que forman patrones repetitivos que permiten entenderlos y predecir lo que vendrá [5], [11].
- Postular que no se tiene que conocer la causa de un fenómeno del mercado para poder entenderlo y que por tanto, puede predecirse lo que con mayor probabilidad resultará en el corto, mediano o largo plazo, conociendo solamente los precios históricos de la acción [10], [11].

El elemento básico de análisis es la curva de cotizaciones [25], que permite conocer la evolución de un título a través del tiempo y, mediante la interpretación de las líneas y figuras que se forman, identificar tendencias y patrones del precio [27]. Una de las grandes ventajas del análisis técnico es que se adapta prácticamente a cualquier entorno operativo y dimensión de tiempo, pero también se ha cuestionado la validez de sus postulados [28].

Con base en el análisis técnico, en Colombia una buena parte de los analistas bursátiles aplican con entusiasmo el uso de reglas técnicas, como los soportes y resistencia, líneas de tendencia, medias móviles, velas japonesas, convergencia y divergencia entre medias móviles y otros [5], [12]. Puede accederse a una explicación detallada de estos indicadores en Marín y Muñoz [20]. Dichos indicadores suelen mencionarse en algunos sitios locales de información financiera, así como en informes sobre referencias de comisionistas y analistas bursátiles [1], [29].

2.3 Caso colombiano

En Colombia es fácil identificar dos periodos de evolución del mercado bursátil [20]. El primero de ellos, que va desde 1950 hasta la segunda mitad de los ochenta, se caracteriza por un continuo deterioro de

los indicadores utilizados para su medición. En el segundo, que coincide con la década de los 90 se ha registrado una mejoría, no obstante, este cambio en la tendencia ha sido insuficiente para modificar el relativo atraso en el contexto internacional [23].

Los años noventa se caracterizaron por un gran dinamismo de las transacciones bursátiles en los denominados “mercados emergentes”. Este dinamismo se acompañó de un intenso proceso de reformas económicas y de un incremento sustancial de los flujos de capital provenientes de los países industrializados [20], [26]. Colombia no fue la excepción a la regla, pero debido a su concentración, su tamaño, su falta de liquidez y el interés de los inversionistas en unas pocas acciones, mantiene todavía un notable rezago frente a otros países en desarrollo [30], que ha venido creciendo significativamente en el periodo 2001-2013 con un repunte del IGBC en más del 1400% desde su creación en julio de 2001 [29]. Sin embargo, en los últimos años, los operadores del mercado accionario han preferido fundamentar su toma de decisiones a partir del análisis de los otros dos indicadores de la bolsa de valores, correspondientes al índice COLCAP y el índice COL-20 [29], los cuales reflejan mayor calidad en el comportamiento de las cotizaciones. Lo anterior se ha dado por el gran peso de acciones del sector energético y de *commodities*, cuyas empresas no cotizaban en bolsa al momento de la fundación de la BVC en el año 2001 [28].

En el medio colombiano, el análisis fundamental es la técnica más conocida y utilizada para entender la bolsa y también el juicio de analistas juega un papel determinante [22], [31], por cuya razón, el campo de investigación de herramientas técnicas para el análisis y pronóstico del mercado accionario constituye una inmensa motivación para la aplicación de herramientas y metodologías avanzadas en el pronóstico de series de tiempo [2].

3. SISTEMA DE INFERENCIA NEURONAL ADAPTATIVO (ANFIS)

ANFIS es una red adaptativa que representa la implementación del modelo de inferencia difuso Takagi-Sugeno [17], cuya estructuración ha sido propuesta por Jang [15] y ha sido ampliamente trabajada por la comunidad de científicos de los sistemas difusos y los sistemas neuronales [4], [13], [14], [20], [30], [32], [33], [34], [35], [36], [37].

La filosofía de ANFIS consiste en predecir el valor en el tiempo $x=t+P$ de la serie desde el punto $x=t$, a partir de unas entradas que resultan del mapeo de puntos en la serie apartados o rezagados en un espacio de tiempo Δ , empleando una red neuronal construida con una arquitectura determinada arbitrariamente (por ejemplo, 4 entradas y 2 funciones tipo campana cada una) [15], [38]. Los resultados de estas predicciones se pueden comparar con otros modelos de redes neuronales y/o otras metodologías estadísticas regresivas como ARMA o ARIMA [39], [40].

3.1. Redes adaptativas

Las redes adaptativas corresponden a aquellas estructuras de varias capas compuestas de un conjunto de nodos conectados a través de enlaces, donde cada nodo es una unidad de procesamiento que desempeña una función sobre la señal recibida para generar otra de salida [14], [20], [41]. Cada enlace indica la dirección del flujo de la señal desde un nodo a otro, estos son adaptativos (con función parametrizada) cuando además de la señal o señales recibidas, dependen de un conjunto de parámetros o valores asociados para generar la salida, o nodos no-adaptativos (sencillos) cuando solo necesitan las entradas [26], [39].

Esta estructura proporciona las siguientes ventajas:

- Se utilizan algunas metodologías y procedimientos típicos de las redes neuronales para el ajuste de sus parámetros, es decir, se configuran los parámetros de las funciones de pertenencia y consecuencia mediante estrategias de entrenamiento [27], [36].
- Se pueden construir modelos a partir de pares de datos entrada/salida, reduciendo considerablemente el tiempo de modelamiento y los requerimientos de expertos [38].

A diferencia de las redes neuronales artificiales, la red adaptativa no tiene pesos sinápticos y presenta la ventaja de tomar el esquema y arquitectura de un Sistema de Inferencia Difusa para poder aplicar metodologías conocidas de entrenamiento y ajuste de sus parámetros [30], [37].

3.2. Descripción de ANFIS

ANFIS es considerada una red adaptativa y, como se mencionó, es la adaptación del sistema de inferencia difuso Takagi-Sugeno [17], [38]. La figura 1 representa una arquitectura ANFIS de dos entradas, cada una

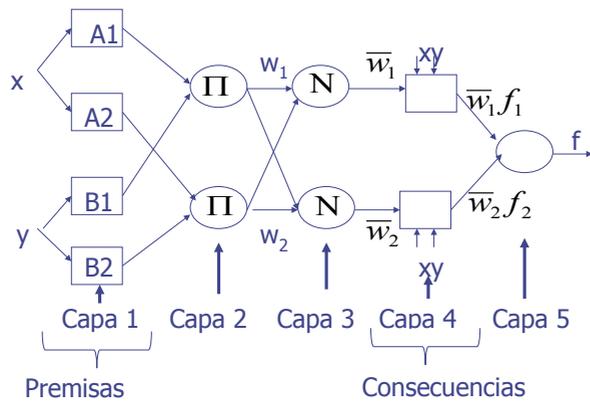


Fig. 1. Arquitectura modelo ANFIS

con dos funciones de pertenencia conformando en total cuatro reglas difusas, además, el esquema de partición del espacio de entrada [4], [15].

Una ventaja de usar las redes ANFIS radica en que se pueden construir modelos a partir de pares de datos entrada/salida, reduciendo considerablemente el tiempo de modelamiento y los requerimientos de los conocimientos de expertos. En el caso de dos entradas (x, y), ANFIS tiene predefinida la siguiente topología, donde se denota la salida del nodo i en la capa 1 [15] según se presenta en (1).

Capa 1: Calcula los grados de pertenencia para la entrada x al nodo i como [15]:

$$O_i^1 = \mu_{A_i}(x) \tag{1}$$

Donde x es la entrada y $\mu_{A_i}(x)$ es la salida que representa la función de pertenencia de la entrada a la variable lingüística A_i [38]. Usualmente se usa la función de pertenencia campana, cuya formulación matemática es [42]:

$$\mu_{A_i}(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - c_i}{a_i}\right)^{b_i}} \tag{2}$$

En (2), a_p, b_p, c_i son parámetros de la función y son conocidos como los parámetros de *premisa*. La figura 2 proporciona una ilustración sobre la naturaleza de la difuminación de entradas, empleando la formulación (2). La representación de los conjuntos difusos mediante funciones de pertenencia de los modelos que tienen como entradas el valor de la serie de tiempo, que más adelante se aplicará a los precios de la bol-

sa de valores. Dichos conjuntos se configuran como variables con dos funciones de pertenencia (dos conjuntos difusos) etiquetados como precio *bajo* y precio *alto*. También es posible configurar las variables con tres conjuntos difusos como precio *bajo*, *medio* y *alto*.

Es importante aclarar que en el campo de las aplicaciones de los sistemas de redes neuronales, resulta importante la transformación y manipulación bien sea algebraica o estadística de los datos de entrada. Este enfoque de preprocesamiento de datos incluye la transformación y normalización como los métodos más conocidos [43]. Pero en el caso de los Sistemas de Inferencia Difusos, este procedimiento es opcional ya que como característica de las funciones de pertenencia, estas permiten utilizar datos convencionales o concretos y operar en el esquema planteado de difuminación en la Capa 1 de ANFIS [44], [45].

Capa 2: Los nodos en esta capa son no-adaptivos. En esta capa se generan los pesos de disparo. Es posible calcularlos como la relación entre las señales de entrada a este nodo con [15], [38]:

$$O_i^2 = w_i = \mu_{A_i}(x) \cdot \mu_{B_i}(y) \tag{3}$$

En la figura 1, cada nodo está etiquetado con Π , indicando que puede escogerse una T-Norma para modelar el operador lógico “&” [17], [46], que permitirá procesar los datos en las capas 3 y 4.

Capa 3: Los nodos en esta capa son no-adaptativos y generan los pesos normalizados N [15], [46]:

$$O_i^3 = \bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum w_i}, \tag{4}$$

Capa 4: Sus nodos son adaptativos, cuya salida es el producto del nivel de disparo normalizado y la combinación lineal de las entradas [15], [38]:

$$O_i^4 = \bar{w}_i f_i = \bar{w}_i (p_i x + q_i y + r_i) \tag{5}$$

Donde p_p, q_p, r_i son los parámetros *consecuencia*. Para este caso, en el sistema de inferencia difuso tipo Takagi-Sugeno con dos entradas (x, y), las reglas que se generan, son del tipo:

$$\text{Si } x = A_i \ \& \ y = B_i, \text{ entonces } f_i = p_i \cdot x + q_i \cdot y + r_i$$

Capa 5: Con un único nodo no-adaptativo que calcula la salida total del sistema [15], [20]:

$$O_1^5 = f(x) = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i \bar{w}_i} \quad (6)$$

De este modo se ha descrito la metodología de aplicación de una Red Neuronal Artificial (RNA) cuya funcionalidad es equivalente a la de un Sistema de Inferencia Difuso, con lo cual pueden aplicársele todos los algoritmos de entrenamiento propios de las RNA tradicionales [47].

3.2.1 Selección de las variables de entrada a las capas de entrenamiento.

Debido a la existencia de algunas dificultades relacionadas con la determinación del mejor modelo de ajuste (puesto que en algunas etapas del modelamiento suelen recurrir al método de ensayo y error), se propone utilizar una búsqueda en la fase de determinación de entradas y características de los conjuntos difusos en la metodología ANFIS [20].

Las entradas x e y que se muestran en la figura 1 se consideran como un conjunto de entradas candidatas. Las mismas se distribuyen en un mapeo de D puntos de la serie de tiempo espaciados Δ para predecir el valor futuro $Z_{t+\Delta}$ [38]:

$$[Z_{t-(D-1)\Delta}, Z_{t-(D-2)\Delta}, \dots, Z_{t-\Delta}, Z_t] \rightarrow Z_{t+\Delta} \quad (7)$$

A partir de las entradas de esta matriz se tiene que del formato anterior con n datos, resultan $n-D \times \Delta$ nuevos datos. Así, al aplicar (7) se tiene el nuevo formato de los datos, en forma matricial para el caso de pronósticos a corto plazo. Debe considerarse un conjunto de *entradas candidatas*, en este caso, determinadas a partir del método estándar [15], [38], el cual consiste en crear un mapeo de D puntos de la serie de tiempo espaciados Δ para predecir el valor futuro $Z_{t+\Delta}$. Por ejemplo, para 1 día ($\Delta=1$) o para 10 días ($\Delta=10$) definiendo $D=4$, como el *número deseado de entradas candidatas* [20], esto es:

$$\text{Pronóstico a 1 día} \left[\begin{array}{cccc} Z_{t-3} & Z_{t-2} & Z_{t-1} & Z_t \rightarrow Z_{t+0} \\ \hline Z_1 & Z_1 & Z_1 & Z_3 \mapsto Z_4 \\ Z_2 & Z_2 & Z_2 & Z_3 \mapsto Z_4 \\ Z_3 & Z_3 & Z_3 & Z_3 \mapsto Z_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n-3} & Z_{n-2} & Z_{n-1} & Z_{n-0} \mapsto Z_n \end{array} \right] \quad (8)$$

$$\text{Pronóstico a 10 días} \left[\begin{array}{cccc} Z_{t-3} & Z_{t-2} & Z_{t-1} & Z_t \rightarrow Z_{t+1} \\ \hline Z_1 & Z_2 & Z_3 & Z_4 \mapsto Z_5 \\ Z_2 & Z_3 & Z_4 & Z_5 \mapsto Z_6 \\ Z_3 & Z_4 & Z_5 & Z_6 \mapsto Z_7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n-4} & Z_{n-3} & Z_{n-2} & Z_{n-1} \mapsto Z_n \end{array} \right] \quad (9)$$

Cada fila en el ejemplo de formulación (8) y de la formulación (9) representa un dato de la serie de tiempo, donde el último elemento de la fila es el valor de salida deseado. Cada columna es considerada como el conjunto de datos de una variable, en este caso Z_{t-3} , Z_{t-2} , Z_{t-1} ó Z_t , con variable salida Z_{t+1} en la última columna.

Una vez determinada la cantidad de entradas candidatas y su respectivo conjunto de datos, es importante identificar cuáles son las más relevantes y remover aquellas que dependan de otras haciendo el modelo más conciso, reduciendo también el tiempo para la construcción del sistema, especialmente en lo referente al tiempo de entrenamiento de la red neuronal [38].

3.2.2 Validación de los pronósticos mediante estadísticos de ajuste y errores.

Como se ha explicado, la metodología ANFIS involucra un análisis previo de la serie, que consiste en adaptar el modelo de capas, ajustar los parámetros de entrenamiento y la configuración de las entradas para entrenamiento de la red neuro-difusa [46]. Para efectos prácticos, se sugiere tomar aproximadamente el 80% de los datos para ajustar el entrenamiento de las neuronas en las capas 3, 4, 5 y el restante 20% para validar el modelo de pronóstico [20], [26]. Esto se hace con el fin de generar modelos confiables desde el punto de vista del ajuste del modelo en un trabajo de validación.

El análisis descriptivo de una serie de tiempo comprende la estimación de los estadísticos básicos de la serie y el análisis en el gráfico de Z_t vs. t . En la predicción del mercado de acciones la forma determinística de las series de tiempo se ven alteradas por una componente aleatoria y no muestra valores atípicos ni ninguna componente estacional, es decir que no presenta patrones que se repitan [33].

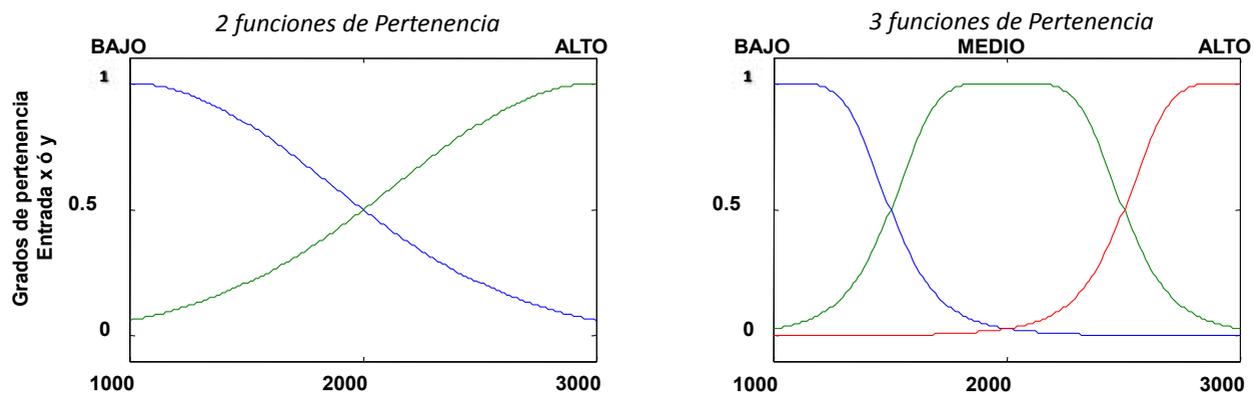


Fig. 2. Difuminación de entradas en la capa 1 con función tipo campana

Es conveniente medir la capacidad que tiene ANFIS para explicar el comportamiento de la serie de tiempo y así, tener una perspectiva de la calidad de los pronósticos que puede generar cada modelo [48]. Con este fin comparativo, se emplean estadísticos de ajuste, que al medir qué tan bien se ajustan las observaciones a la relación funcional, actúan como medidas de error [20]. Los estadísticos que se calculan son [6], [33], [49]:

- *RMSE*, raíz del error cuadrático medio del pronóstico.
- *s*, desviación estándar de los errores.

La metodología ANFIS también sugiere examinar los *residuales*, es decir, la diferencia entre los valores estimados y los reales de la serie, con los cuales se elaboran algunos estadísticos que permiten comparar la calidad de los pronósticos generados por el modelo [15], [33], [38], [49]. Para verificar si los residuales son ruido blanco se analiza la varianza de los errores, la cual puede considerarse constante y con una distribución aleatoria [9], [44]. Si se satisface que los residuos son realmente ruido blanco el modelo es apropiado; de lo contrario, debe considerarse otro modelo e iniciar nuevamente el proceso [20], [33].

4. HERRAMIENTA COMPUTACIONAL

Los modelos descritos se han implementado en lenguaje MATLAB, utilizando algunos comandos de la *toolbox* de sistemas de inferencia con lógica difusa [8] y las funciones de entrenamiento para sistemas ANFIS y Takagi-Sugeno [6], [7]. La ejecución del algoritmo se realiza en un ordenador personal, con versión Matlab 7.2® y cuyo hardware corresponde a un procesador Intel Core Duo de 2.33 GHz, y 2GB de

memoria RAM. Para la evaluación de los modelos se implementó una función en lenguaje MATLAB, conocida con el nombre de "pronóstico".

4.1 Configuración básica de la herramienta

El procedimiento toma aproximadamente 6 segundos para generar 16 reglas difusas tipo TS especificadas en la ecuación (5), compuestas por 64 parámetros (incluyendo 48 parámetros lineales y 16 no lineales). En esta función se escribe entre paréntesis el número de días que se desea conocer la rentabilidad de una serie de tiempo. ANFIS es muy útil para calcular rentabilidades en el corto plazo (entre 1 y 15 días). Para facilitarle el proceso al decisor, el modelo ANFIS, se ha pre-ajustado con un modelo de pronóstico de 4 particiones difusas para los parámetros de entrada de la serie de tiempo, así:

- Particiones difusas en la Capa 1 = 3. La *difuminación* de la entrada se realiza como precio alto, medio, bajo, según la ecuación (1). La figura 2 proporciona un ejemplo de tal representación conceptual de la información en el sistema, donde la entrada es la variable precio.
- Tipo de Funciones de Pertenencia = Campana. Según la ecuación (2), de acuerdo al ejemplo de la figura 2.
- Número de entradas candidatas = 4. Según las ecuaciones (7) y (8).
- A partir del ensayo y error, se encontró que esta combinación garantiza resultados ciertos, con menor tiempo de procesamiento computacional, y también es empleada en procedimientos de pronóstico similares [1], [20]. No obstante, la función programada con las herra

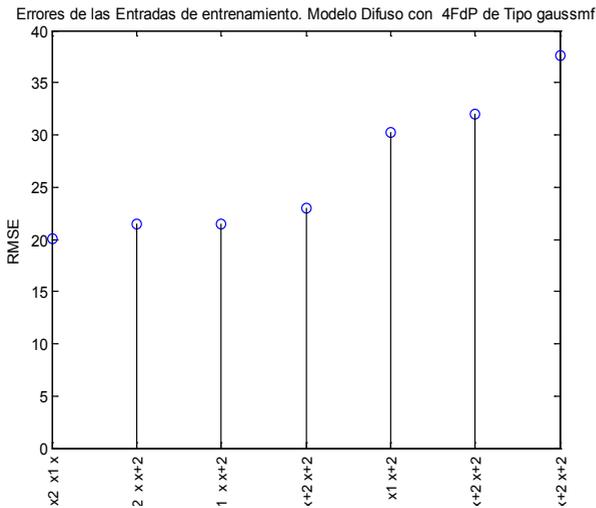


Fig. 3. Error RMSE de las entradas candidatas según entrenamiento con 3 FdP Gaussianas para la serie COLCAP

mientas Anfis y Fuzzy de Matlab permite una configuración de acuerdo a las preferencias del usuario [7], [8].

4.2 Selección de las entradas de entrenamiento y particiones difusas

La función “pronóstico” también permite calcular el error que arroja cada posible modelo de entradas (Error RMSE), y selecciona la combinación de entradas con mejor desempeño, para conformar la matriz con las entradas candidatas de (8). La figura 3 presenta un ejemplo del cálculo de las entradas y errores en el entrenamiento de la red en la serie de tiempo del índice COLCAP. Se escoge la configuración con el menor error RMSE.

Según se mencionó previamente en la sección 3.2.1, el método se fundamenta en la ejecución de varios modelos con una época de entrenamiento del método híbrido. En la figura 4 se presenta la ejecución del programa en Matlab para determinar el modelo ANFIS con el menor error RMSE de entrenamiento. Esta medida estadística constituye una herramienta para comparar la precisión obtenida con diferentes modelos, que deben analizarse conjuntamente para evitar tomar conclusiones erradas [20].

Como se consideraron cuatro entradas candidatas (D=4), al aplicar la Eq. (8) resultan los modelos por serie presentados en la Tabla 1.



Fig 4. Cálculo de los ajustes del modelo ANFIS, con la función “pronóstico”

5. CASO APLICATIVO EN LA BOLSA DE VALORES DE COLOMBIA

El pronóstico de la tendencia, precio y rendimiento de un índice bursátil o de las acciones del mercado de valores es un tema de gran importancia, con todo, resulta difícil realizar pronósticos confiables debido a la complejidad del mercado de valores [2]. El caso de estudio se aplica sobre las series de tiempo relacionadas con acciones muy representativas del mercado bursátil colombiano. Se elegirá la predicción de la rentabilidad en dos días mediante pronóstico del comportamiento del índice COLCAP. El mismo ejercicio se realiza para tres empresas específicas (ISA, Ecopetrol, Bancolombia), con peso importante en el comportamiento del COLCAP.

Los datos oficiales de precios de las acciones y de los índices de la BVC pueden ser obtenidos a través de las páginas de comisionistas bursátiles. De esta manera, un inversionista que desee entrar en la especulación del mercado bursátil en el corto plazo podrá obtener referencias sobre la posible rentabilidad de su inversión en periodos cortos (hasta 15 días). Para este caso de estudio se elige la información oficial de la BVC [29].

Tabla 1. Caracterización de las series de tiempo y resultados de pronóstico con el modelo ANFIS

Serie	Datos Totales (t, Z _t)	Datos Entrena	Pronósticos								
			Δ = 1 día			Δ = 2 días			Δ = 10 días		
			Pronóstico	RMSE	Real	Pronóstico	RMSE	Real	Pronóstico	RMSE	Real
COLCAP	1392	1111	1774	21,7	1765	1763	30,4	1768	1716	59,9	1757
ISA	1391	1115	9699	126	9620	9835	246	9700	9374	438	9480
ECOPETROL	1397	1116	4483	81	4435	4460	107	4425	4670	342	4355
BANCO-LOMBIA	1397	1116	27553	567	26960	27692	689	26760	27129	1312	26640

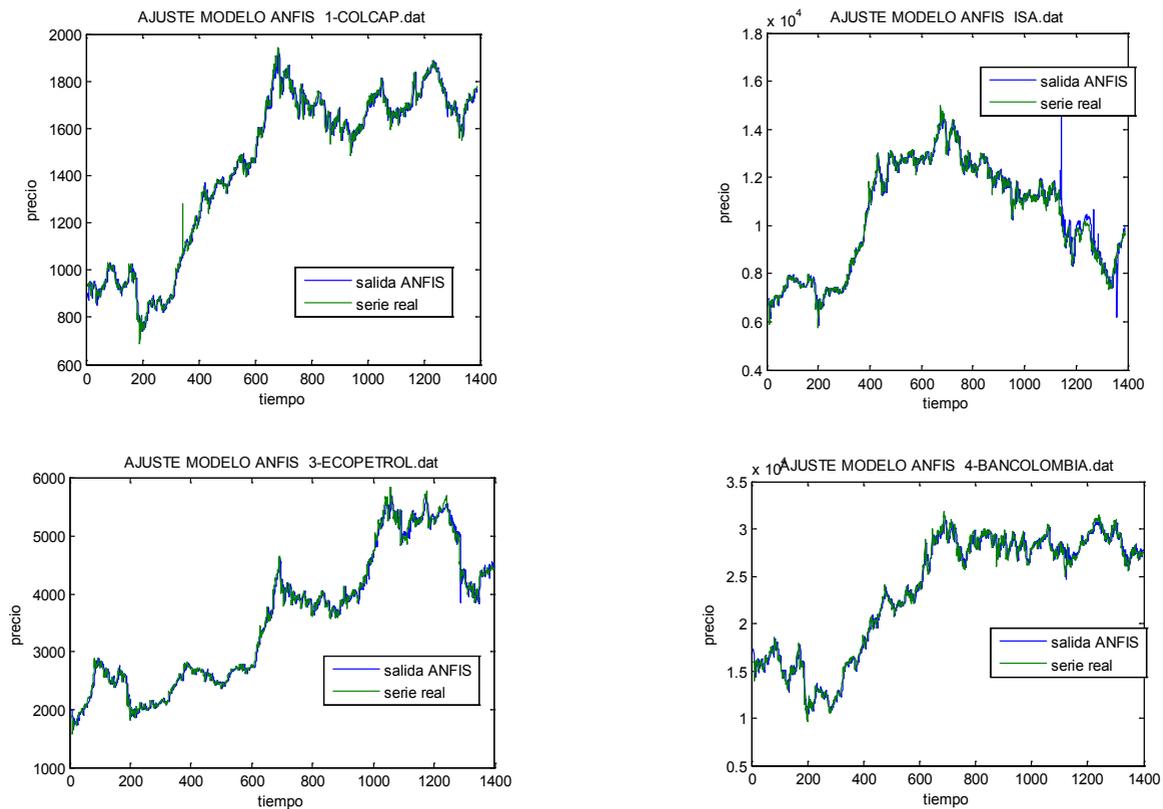


Fig. 5. Pronóstico del modelo ANFIS para el día 27 de septiembre de 2013 (Δ = 2 días)

5.1 Pronóstico del comportamiento de valores en la Bolsa

A continuación se toman las comparaciones de precios de acciones, en los periodos comprendidos entre el 14 de enero de 2008 y el 25 de septiembre de 2013, correspondiente al periodo de vigencia del índice COLCAP (esto equivale a una serie de tiempo con 1393 datos). Este ejercicio es muy interesante debido a la altísima volatilidad que se ha presentado en la Bolsa de Valores de Colombia, incluyendo la crisis económica mundial en el mes de octubre del

año 2008. En la figura 5 se presentan las series de tiempo que se analizan con ANFIS. La Tabla 1 relaciona las series contempladas como casos de análisis para la construcción de los respectivos modelos y la cantidad de datos a utilizar, así como los resultados obtenidos en el pronóstico.

El comando “pronóstico” requiere que el archivo de alimentación de la serie de tiempos esté ordenado cronológicamente, con el valor desde el primer día hasta el día con que se cuenta la información histórica.

Obsérvese que el modelo hace un muy buen seguimiento de la tendencia de la serie de tiempo. El modelo predice una leve valorización del 0.68% índice COLCAP para el día 2. Como información de referencia, el día 27 de septiembre de 2013, el índice COLCAP cerró con un valor de 1768 puntos [29]. Los correspondientes valores se han registrado en la Tabla 1.

Un inversionista especulativo podrá decidir si comprar o vender sus participaciones en ISA, Ecopetrol y Bancolombia, si con anticipación conoce la valorización (o desvalorización) que se espera de las mismas en el corto plazo.

5.2 Validación del pronóstico

Al momento de analizar la serie de tiempo, la metodología ANFIS sugiere examinar los residuales, para comprobar la validez del modelo. Si se satisface que los residuos son realmente ruido blanco, el modelo es apropiado; de lo contrario, debe considerarse otro modelo e iniciar nuevamente el proceso [6], [38]. El cálculo de los residuales, es decir, de la diferencia entre los valores estimados y los reales de la serie con los cuales se elaboran algunos estadísticos, son utilizados como parámetros de comparación de la calidad de los pronósticos generados por la metodología ANFIS [49].

En la figura 5 se evidencia ruido blanco a lo largo de toda la serie de tiempo, incluyendo las fechas de altas coyunturas (por ejemplo, el mes de octubre de 2008), pues se observa que la franja de error oscila entre ± 50 puntos (aproximadamente 5% de tolerancia). Este indicativo permite concluir que el modelo ANFIS puede ser efectivo para pronósticos de muy corto plazo (1 a 5 días).

Como dato adicional, la función "pronóstico" también permite calcular los siguientes indicadores de error, mencionados en la sección 3.2.2 y en la Tabla 1. Para el caso particular del índice COLCAP en el periodo $\Delta = 2$:

- Desviación estándar (s) = 31,1
- Raíz del error cuadrático medio del pronóstico (RMSE) = 30,4

Estas medidas de error permiten efectuar comparaciones entre uno o más sistemas de pronósticos. Lo anterior permitirá concluir que el mejor sistema de pronósticos es aquel que presenta menores valores de dichos estadísticos. Para mayores referencias es

posible consultar trabajos especiales como [1], [20], [34], [36] en los que se realizan aplicaciones de comparación de los errores entre técnicas de pronóstico autorregresivas como ARIMA, las cuales se comparan con técnicas heurísticas como las redes neuronales y/o los sistemas ANFIS. Dichos trabajos han demostrado que en muchos casos, se obtienen medidas de error menores con modelos ARIMA en pronósticos de largo plazo, pero mejores rendimientos con ANFIS en pronósticos a corto plazo (1 ó 2 días). A partir de la Tabla 1, se observa que el pronóstico para el día $\Delta = 2$ (o sea, para el 27 de septiembre de 2013) se expresará como:

$$\text{Valor} = \text{Pronóstico (27 septiembre)} \pm \text{RMSE} \quad (10)$$

En este caso particular, se confirma que el pronóstico de rentabilidad se ha ajustado adecuadamente a la realidad, al observarse en la Tabla 1 una predicción del COLCAP a 1763 puntos con RMSE de 30 puntos. El dato real del COLCAP fue de 1768 puntos, con lo que la predicción se ajusta a la ecuación (10). Similares casos se presentan para el caso de pronósticos a $\Delta = 1$ día y $\Delta = 10$ días, por lo que la predicción se sitúa dentro de los límites diagnosticados por el modelo.

Un comentario positivo, tiene que ver con el hecho que estos tres títulos se desvalorizaron en el mismo periodo que se evidenció una renta positiva del índice COLCAP (Tabla 1), a pesar de ser acciones con altísima participación en la conformación del índice. Lo anterior demuestra la versatilidad del modelo de predicción.

5.3 Generación del modelo difuso tipo Takagi-Sugeno

Una importante aplicación de la función "pronóstico" tiene que ver con la posibilidad de generar un modelo difuso Takagi-Sugeno, con sus respectivas reglas, para futuros estudios y análisis de la serie de tiempos.

El comando fuzzy de Matlab permite visualizar el modelo difuso que se genera al momento de calcular el modelo ANFIS [6], [7], [8]. Como información, el modelo que se genera no es de tipo lingüístico (Mamdani). La figura 6 ilustra las 16 reglas difusas del tipo Takagi-Sugeno (TS), así como la respectiva superficie del modelo para el entrenamiento de la capa 5 de ANFIS.

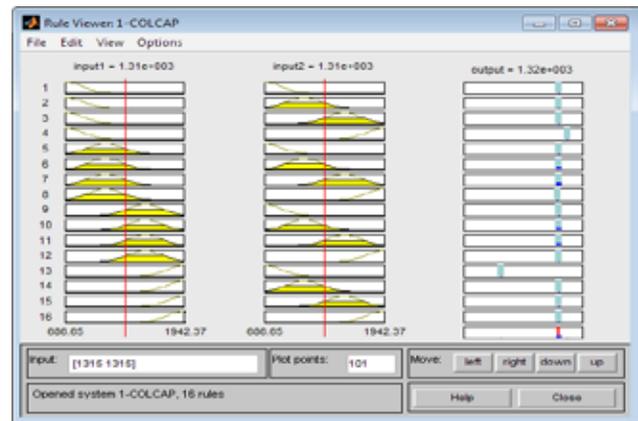
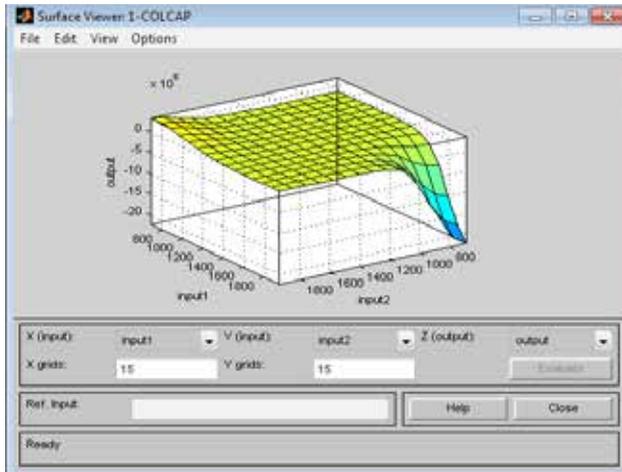


Fig. 6. Superficie difusa y reglas de los modelos TS (Serie de tiempo del índice COLCAP)

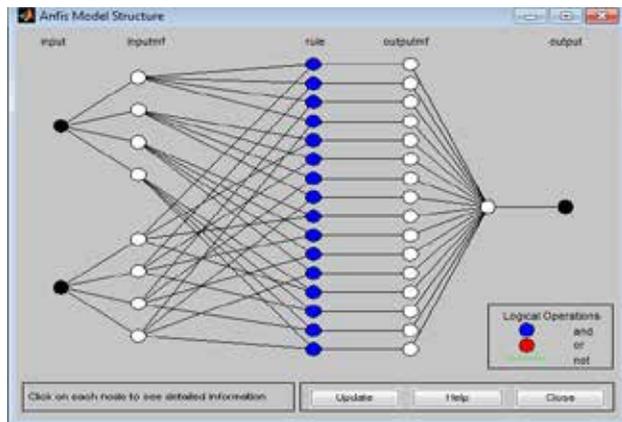


Fig. 7. Estructura de la red ANFIS para predicción

La estructura de la red ANFIS generada para calcular las predicciones de la serie de tiempo se ilustra en la Figura 7.

Obsérvese que en la relación de capas, constituidas por las siguientes componentes, la capa 3 contiene el conjunto de 16 reglas TS que permiten entrenar las redes neuronales de las capas 4 y 5, las cuales permiten obtener el pronóstico definitivo.

5.4 Discusión

El análisis técnico apoyado en redes ANFIS permite comprender la dinámica de los mercados bursátiles, en el sentido que permite ajustarse al propósito firme de lograr “ganarle al mercado” [3]. Indudablemente, estas aproximaciones formales y objetivas de obtención de pronóstico de los precios de acciones se perfilan como herramientas confiables y de gran

apoyo al trabajo de analistas para mejorar sus estrategias de negociación y obtención de utilidades [1], para apoyar la toma de decisiones (comprar barato para vender caro). La construcción de los modelos se realiza con base en el comportamiento histórico de los precios de las acciones. Se utiliza como base conceptual un enfoque de corte técnico, es decir, interpretar los precios históricos de las acciones como elemento predictivo de su comportamiento futuro [1], [50].

En el caso particular del mercado bursátil, se evidencia la capacidad que tiene ANFIS de recoger elementos no lineales de la estructura del precio. En consecuencia, ANFIS es una herramienta muy eficiente cuando se usa en el corto plazo [1], [30], [35]. Esta condición se evidencia a partir de las comparaciones de la Tabla 1, donde el error RMSE crece notablemente en la medida que se extiende los horizontes de predicción (en todos los casos el error RMSE es menor cuando $\Delta = 1$ que cuando $\Delta = 10$).

Se anota que la técnica expuesta en este artículo también se puede emplear en el estudio de tendencias horarias, es decir, utilizando información que los comisionistas de bolsa emplean diariamente, para que en tiempo real se establezcan las estrategias de compra-venta con la finalidad de obtener la máxima rentabilidad en los retornos de inversión en un mismo día.

La técnica puede ser empleada en una amplia gama de situaciones donde la información puede ser representada en series de tiempo y donde se requieren los pronósticos para apoyar la toma de decisiones.

Como ejemplos, pueden citarse aquellos campos que requieran el análisis de las series de tiempo, así como el análisis de tendencias. Otros campos de aplicación pueden ser: planeación de producción, el control de inventarios, análisis de mercados, hidrología, estadística inferencial, entre otras.

Un tema interesante para futuras líneas de trabajo tiene que ver con la comparación de la metodología ANFIS respecto de otras herramientas como redes neuronales, correspondiente a herramientas de inteligencia artificial, para verificar su desempeño y calidad en los pronósticos [51]. También se abre la ventana para futuros trabajos que consideren los modelos estadísticos de regresión y de pronóstico, como ARMA o ARIMA, incluyendo el estudio de los tiempos totales de simulación o las poblaciones de datos requeridas en cada caso [20], [39]. Una futura línea de trabajo requerirá la comparación de las técnicas heurísticas (tipo ANFIS) con técnicas estadísticas autorregresivas (tipo ARIMA), que permiten enfrentarse al reto de pronosticar las series de tiempo y comparar las medidas de error para cada método. Es claro que aunque se trata de dos metodologías disímiles, será interesante analizar los resultados aplicados en series de tiempo.

Finalmente, la técnica ANFIS procesa los datos directamente sin realizar ningún filtro en la capa 1. Esto puede representar un inconveniente para los analistas, pues es altamente probable que existan bases de datos con ciertas informaciones erróneas que no necesariamente se detectan mediante la técnica. En ese sentido, es conveniente combinar este método de predicción con filtros que permitan seleccionar adecuadamente los datos correctos para hacer las predicciones.

6. CONCLUSIÓN

La implementación de la herramienta de pronóstico, fundamentada en el análisis de una metodología actualizada en el área de inteligencia artificial constituye un aporte de esta investigación, dada la oportunidad que se ha tenido de implementar el concepto de red neuro-difusa en un lenguaje como MATLAB. En ese sentido, el uso de las redes ANFIS ayuda al análisis técnico de un título o acción, tomando la información de futuros precios a partir del comportamiento histórico.

REFERENCIAS

- [1] A. Arango Londoño, "Pronóstico del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) usando modelos de inferencia difusa," MSc Administración Tesis Maestría en Administración, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2013.
- [2] A. Arango, J. D. Velásquez, and C. J. Franco, "Técnicas de lógica difusa en la predicción de índices de mercados de valores: una revisión de literatura," *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 12, pp. 117-126, 2013.
- [3] E. M. Toro Ocampo, A. Molina Cabrera, and A. Garcés Ruiz, "Pronóstico de bolsa de valores empleando técnicas inteligentes," *Revista Tecnura*, vol. 9, pp. 57-66, 2006.
- [4] Z. Yun, Z. Quan, S. Caixin, L. Shaolan, L. Yuming, and S. Yang, "RBF neural network and ANFIS-based short-term load forecasting approach in real-time price environment," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 23, pp. 853-858, 2008.
- [5] P. A. Sánchez, "Cambios estructurales en series de tiempo: una revisión del estado del arte," *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 7, pp. 115-140, 2008.
- [6] M. Mathworks. (2013). *Training routine for Sugeno-type Fuzzy Inference System*. [Online]. Available: <http://www.mathworks.es/es/help/fuzzy/anfis.html>
- [7] M. Mathworks. (2013). *Adaptive Neuro-Fuzzy Modeling*. [Online]. Available: <http://www.mathworks.es/es/help/fuzzy/adaptive-neuro-fuzzy-inference-systems.html>
- [8] M. Mathworks. (2013). *Fuzzy Inference System Modeling*. [Online]. Available: <http://www.mathworks.es/es/help/fuzzy/mamdani-fuzzy-inference-systems.html>
- [9] M. Lam, "Neural network techniques for financial performance prediction: integrating fundamental and technical analysis," *Decision Support Systems*, vol. 37, pp. 567-581, 9/ 2004.
- [10] Y.-H. Lui and D. Mole, "The use of fundamental and technical analyses by foreign exchange dealers: Hong Kong evidence," *Journal of International Money and Finance*, vol. 17, pp. 535-545, 6/1/ 1998.

- [11] N. Ülkü and E. Prodan, "Drivers of technical trend-following rules profitability in world stock markets," *International Review of Financial Analysis*, vol. 30, pp. 214-229, 12// 2013.
- [12] D. A. Agudelo and J. H. Uribe, "¿Realidad o sofisma? Poniendo a prueba el análisis técnico en las acciones colombianas," *Cuadernos de Administración*, vol. 22, pp. 189 -217, 2009.
- [13] R. Babuška and H. Verbruggen, "Neuro-fuzzy methods for nonlinear system identification," *Annual reviews in control*, vol. 27, pp. 73-85, 2003.
- [14] K. Cios and W. Pedrycz, "Neuro-fuzzy algorithms," *Handbook of Neural Computation, IOP Publishing and Oxford University Press, Oxford*, p. D1, 1997.
- [15] J.-S. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 23, pp. 665-685, 1993.
- [16] M. Roubens, "Fuzzy sets and decision analysis," *Fuzzy sets and systems*, vol. 90, pp. 199-206, 1997.
- [17] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, pp. 116-132, 1985.
- [18] T. Whalen and C. Brønn, "Essentials of Decision Making Under Generalized Uncertainty," in *Combining Fuzzy Imprecision with Probabilistic Uncertainty in Decision Making*. vol. 310, J. Kacprzyk and M. Fedrizzi, Eds., ed: Springer Berlin Heidelberg, 1988, pp. 26-47.
- [19] G. J. Correa Henao, "Aproximaciones metodológicas para la toma de decisiones, apoyadas en modelos difusos," Máster Ingeniería de Sistemas Tesis Magister en Ingeniería de Sistemas Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2004.
- [20] J. F. Marín Valencia and K. A. Muñoz Ocampo, "Comparación entre los Modelos de Box & Jenkins y el Modelo ANFIS en el pronóstico de precios de acciones en el corto plazo," Ingeniería Industrial Tesis Ingeniero Industrial, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2002.
- [21] M. A. Henao, W. M. Trejos, and F. V. Duque, "Pronóstico de las tasas de cambio. Una aplicación al Yen Japonés mediante redes neuronales artificiales," *Scientia Et Technica*, vol. 12, pp. 233-238, 2006.
- [22] T. Cruz, E. Arturo, J. H. Restrepo, and P. Medina Varela, "Pronóstico del índice general de la Bolsa de Valores de Colombia usando redes neuronales," *Scientia et Technica*, vol. 1, 2009.
- [23] D. A. Agudelo Rueda, "Liquidez en los mercados accionarios colombianos," *Cuadernos de Administración*, vol. 23, pp. 239-269, 2010.
- [24] S. Botero Botero and J. A. Cano Cano, "Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la Bolsa de Colombia," *Cuadernos de Economía*, vol. 27, pp. 173-208, septiembre, 2008.
- [25] M.-G. Financial. (2013). *S&P Dow Jones Indices*. [Online]. Available: <http://us.spindices.com/>
- [26] G. A. Marín, "Predicción de precios de acciones en bolsa mediante redes neuronales artificiales," Especialización en Sistemas de Información, Trabajo de grado Especialista en Sistemas Informáticos, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2000.
- [27] T. B. Ludermir, A. Yamazaki, and C. Zanchettin, "An Optimization Methodology for Neural Network Weights and Architectures," *Neural Networks, IEEE Transactions on*, vol. 17, pp. 1452-1459, // 2006.
- [28] D. A. Agudelo Rueda, "Costos de transacción asociados a la liquidez en la Bolsa de Valores de Colombia," *Cuadernos de Administración*, vol. 24, pp. 13-37, 2011.
- [29] B. V. C. BVC. (2013). *Comunicados de Prensa Bolsa de Valores de Colombia*. [Online]. Available: <http://www.bvc.com.co/>
- [30] A. Zúñiga and C. Jordán, "Pronóstico de caudales medios mensuales empleando sistemas Neurofuzzy," *Revista Tecnológica-ESPOL*, vol. 18, 2013.
- [31] L. Á. Medina, "Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano," *Cuadernos de Economía*, vol. 22, pp. 129-168, 2003.

- [32] A. Abraham and B. Nath, "A neuro-fuzzy approach for modelling electricity demand in Victoria," *Applied Soft Computing*, vol. 1, pp. 127-138, 2001.
- [33] L. dos Santos Coelho, A. A. Portela Santos, and N. C. Affonso da Costa Jr., "Podemos prever a taxa de cambio brasileira? Evidência empírica utilizando inteligência computacional e modelos econométricos," *Gestão & Produção*, vol. 15, pp 635-647, 2008.
- [34] D. Quintana, R. Gimeno, and P. Isasi, "Detección de inercia sectorial en salidas a bolsa mediante modelos ARIMA y redes neuronales," Instituto Centroamericano de Administración Pública - ICAP, 2005.
- [35] F. Villada, E. García, and J. D. Molina, "Pronóstico del precio de la energía eléctrica usando redes neuro-difusas," *Información tecnológica*, vol. 22, pp. 111-120, 2011.
- [36] Y. Gao and M. J. Er, "NARMAX time series model prediction: feedforward and recurrent fuzzy neural network approaches," *Fuzzy sets and systems*, vol. 150, pp. 331-350, 2005.
- [37] A. E. Gaweda, J. M. Zurada, and R. Setiono, "Input selection in data-driven fuzzy modeling," in *Fuzzy Systems, 2001. The 10th IEEE International Conference on*, 2001, pp. 1251-1254.
- [38] J.-S. Jang, "Input selection for ANFIS learning," in *Fuzzy Systems, 1996. Proceedings of the Fifth IEEE International Conference on*, 1996, pp. 1493-1499.
- [39] J. D. Velásquez Henao, "Pronóstico de la serie de Mackey-Glass usando modelos de regresión no lineal," *Dyna*, vol. 71, pp. 85-95, 2004.
- [40] J. D. Velásquez Henao and C. Zapata, "Pronóstico del caudal medio mensual, con una ventana de 12 meses, usando sistemas difusos," 2004.
- [41] J. J. Montaña Moreno, "Redes neuronales artificiales aplicadas al análisis de datos," Doctorado Psicología, Facultad de Psicología, Tesis doctoral de la Facultad de Psicología, Universitat de Les Illes Balears, Palma de Mallorca, España, 2002.
- [42] I. L. López-Cruz and L. Hernández-Larragoiti, "Modelos neuro-difusos para temperatura y humedad del aire en invernaderos tipo cenital y capilla en el centro de México," *Agrociencia*, vol. 44, pp. 791-805, 2010.
- [43] P. Sinčák, M. Holécy, and M. Dučai. (1998). *Computational Intelligence in Financial Cybernetics*. [Online]. Available: http://www.ai-cit.sk/cigOld/source/publications/conference_papers/sincak/All/html/index.html
- [44] S. Areerachakul and S. Sanguansintukul, "A comparison between the multiple linear regression model and neural networks for biochemical oxygen demand estimations," in *Eighth International Symposium on Natural Language Processing, 2009. SNLP '09*, Bangkok, Thailand, 2009, pp. 11-14.
- [45] W. Yu and X. Li, "Fuzzy identification using fuzzy neural networks with stable learning algorithms," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 12, pp. 411-420, 2004.
- [46] J. D. Velásquez and C. Zapata, "Pronóstico del caudal medio mensual, con una ventana de 12 meses, usando sistemas difusos," Proyecto de Investigación. Universidad Nacional De Colombia-Medellín, 2004.
- [47] H. D. Álvarez Zapata, "Versión breve de algunas técnicas de Inteligencia Artificial," *Dyna*, vol. 63, pp. 13-23, 1996.
- [48] L. P. Maguire, B. Roche, T. M. McGinnity, and L. McDaid, "Predicting a chaotic time series using a fuzzy neural network," *Information Sciences*, vol. 112, pp. 125-136, 1998.
- [49] E. C. Zapata, J. D. Velásquez, and R. Smith Q, "Caracterización del SOI usando ANFIS con residuales heterocedásticos," *Ingeniería. Revista chilena de ingeniería*, vol. 15, pp. 302-312, 2007.
- [50] P. Estévez García, "Aplicaciones de las redes neuronales en finanzas," *Documentos de trabajo de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales*, p. 5, 2002.
- [51] N. Science. (2004). *ANNI Standard - Artificial Neural Network Investing*. [Online]. Available: http://download.cnet.com/ANNI-Standard-Artificial-Neural-Network-Investing/3000-2057_4-10343970.html?tag=pdp_prod