

## **Experimentation in Discrete Mathematics Learning Processes**

### **Experiências no Processo de Formação em Matemática Discreta**

## **La Experimentación en los Procesos Formativos en Matemática Discreta**

**Michael Dogerty**

*University of Exeter*  
mdogerty@exeter.ac.uk

(Artículo de REFLEXIÓN. Recibido el 10/01/2011. Aprobado el 15/04/2011)

#### **Abstract**

*The discrete mathematics is essential for computer scientists and engineers, especially software engineers, is not only an obligatory course, but also develops the capacity of reason and think in a mathematical and logical way. A discrete mathematics course focuses on the correctness, the logic and the algorithms; and the most of students find difficulties to learn their concepts and notations. In this work is discussing a fundamental reform to way how the courses of discrete mathematics are taught: add the experimentation, with the objective to improve the quality of educational processes in this area. Special attention is paid to the content of the experiments and the way they are taught. By contrast the formation processes in discrete mathematics without experiments, is possible to conclude that the proposed method with experimentation can integrate the theory and the program into one, and improve the understanding of discrete mathematics by students.*

#### **Resumo**

*A matemática discreta é essencial para cientistas e engenheiros informáticos, nomeadamente de software, não só é um curso obrigatório, mas também desenvolve a capacidade de raciocinar e pensar matematicamente e logicamente. Um curso de matemática discreta incide sobre a exactidão lógica e algoritmos, ea maioria dos alunos têm dificuldade em aprender os conceitos e notações. Este artigo discute uma reforma fundamental na forma como são ministrados cursos de matemática discreta: a adição do experimento, com o objectivo de melhorar a qualidade dos processos educativos na área. É dada especial atenção ao conteúdo das experiências e do modo de ensinar. Por outro lado os processos de formação em matemática discreta, sem experiências, concluiu-se que o método proposto com a experimentação pode integrar teoria e programa em um, e melhorar a compreensão da matemática discreta pelos alunos.*

#### **Resumen**

La matemática discreta es esencial para los científicos computacionales y para los ingenieros, especialmente los de software; no sólo se trata de un curso obligatorio, sino que también desarrolla la capacidad de razonar y pensar de forma matemática y lógica. Un curso de matemáticas discretas se centra en la correctitud, la lógica y los algoritmos; y la mayoría de estudiantes encuentran dificultades para aprender sus conceptos y notaciones. En este trabajo se discute una reforma fundamental a la forma en que se imparten los cursos de matemáticas discretas: añadir la experimentación, con el objetivo de mejorar la calidad de los procesos formativos en esta área. Se presta especial atención al contenido de los experimentos y a la forma como se imparten. Al contrastar los procesos formativos en matemática discreta sin experimentos, es posible concluir que el método propuesto con experimentación puede integrar la teoría y el programa en uno solo, y mejorar la comprensión de las matemáticas discretas por parte de los estudiantes.

**Keywords:** *Discrete mathematics, learning process, educational reform, experimentation.*

**Palavras-chave:** *matemática discreta, processo de aprendizagem, reforma educação, experimentação.*

**Palabras clave:** *Matemáticas discretas, proceso formativo, reforma educativa, experimentación.*

#### **1. Introducción**

La Matemática discreta es una poderosa herramienta para pensar y razonar. Es la rama de las matemáticas que se ocupa de objetos que pueden asumir solamente valores distintos y separados. Por lo que el término "matemática discreta" se utiliza en contraste con "matemática continua", que es la rama de las matemáticas que se ocupa de objetos que pueden variar sin problemas –y que incluye, por ejemplo, al cálculo. Mientras que los objetos discretos se caracterizan a menudo por números enteros, los objetos continuos requieren números reales [1], [2]. La matemática discreta ha evolucionado a medida que los computadores evolucionaron. Es la clase de matemáticas que se necesita para poderse comunicar con un con un computador, ya sea como diseñador, desarrollador o usuario. Por otro lado, es necesario que todos los estudiantes, independientemente de la

carrera que elijan, reciban alguna instrucción en matemáticas discretas para que puedan oficiar como ciudadanos informados en una sociedad cada vez más tecnológica. Los conceptos y notaciones de las matemáticas discretas son útiles para estudiar o expresar objetos o problemas en algoritmos computacionales y lenguajes de programación. En algunos planes de estudio de matemáticas, los cursos de matemáticas finitas cubren conceptos de matemáticas discretas para los negocios, mientras que los cursos de matemática discreta hacen hincapié en los conceptos para especialistas en ciencias computacionales. Como estas razones, las matemáticas discretas se han popularizado en las últimas décadas debido a sus aplicaciones en las ciencias computacionales, y como tal, su importancia se ha incrementado dramáticamente [3].

De hecho, las matemáticas discretas les ofrecen a muchos estudiantes una nueva oportunidad para experimentar el éxito y el gozo de las asesorías de matemáticas. Aquellos que en el pasado han encontrado numerosas dificultades con el cálculo y la complejidad de las matemáticas pueden encontrar atractivos los problemas de las matemáticas discretas, ya que requieren pocas destrezas formales. Otros estudiantes que han sido desalentados por los aspectos rutinarios de la formación en matemáticas, se pueden sentir entusiasmados y desafiados por los muchos e interesantes problemas que son típicos de las matemáticas discretas.

Sin embargo, se observa que los estudiantes encuentran a las matemáticas discretas rigurosas y exigentes. Las matemáticas discretas necesitan razonamiento y lógica, y algunos estudiantes enfrentan grandes dificultades en la aplicación de ambos. Muchos maestros han hecho grandes esfuerzos con el fin de hacer más simples y más comprensibles los procesos formativos de las matemáticas discretas; pero la mayoría de maestros de matemáticas y de estudiantes sólo hacen énfasis en la formación teórica. De acuerdo con una revisión sistemática a los procesos formativos en matemáticas discretas en Colombia, todavía no existe una tendencia para utilizar la experimentación como estrategia formativa en esta área. Y la consecuencia inmediata de esto es que muchos estudiantes se aburren con estos planes de estudios teóricos, con los que se restringe su habilidad para solucionar problemas y sus innovaciones creativas. A los estudiantes que se forman en matemáticas discretas de forma tradicional les resulta más difícil aprender la mayoría de los conceptos. A menudo toman los problemas de las tareas como asignaciones rutinarias, y realizan las evaluaciones sólo para confirmar sus competencias [4].

Por otra parte, los matemáticos y maestros de matemáticas a menudo se quejan de que en los procesos formativos de las matemáticas discretas el modelo es monótono y sin pasión. Con base en estas razones, estamos particularmente interesados en incrementar los resultados de estos cursos mediante la adición de experimentos en los procesos formativos de las matemáticas discretas.

El resto del documento está estructurado de la siguiente manera: en la sección II, se hace una introducción a los objetivos de la formación en matemáticas discretas; en la sección III, se proponen los contenidos básicos de los experimentos en matemáticas discretas; y en la sección IV, se detalla la forma de realizar y evaluar los experimentos, y finalmente se extraen algunas conclusiones.

## 2. Objetivos formativos de la matemática discreta

Algunos matemáticos y maestros de matemáticas siguen defendiendo el lugar de las matemáticas discretas en el currículo, y en muchas universidades

se argumenta la importancia de la formación y el aprendizaje de las matemáticas discretas. Maurer [1] señala algunos de los objetivos que se han defendido como razones para formar en matemáticas discretas:

- Para introducir las pruebas y la abstracción
- Para introducir los algoritmos y la recursividad
- Para enfatizar las aplicaciones
- Para introducir el modelado
- Para introducir la investigación de operaciones
- Para atraer a más estudiantes a las ciencias matemáticas
- Para introducir los computadores en las matemáticas
- Para dar a los estudiantes algo fresco y relevante
- Para dar a los estudiantes la oportunidad de ser creativos y para que investiguen
- Para introducir áreas importantes y activas de las matemáticas
- Para promover las matemáticas experimentales
- Para promover el aprendizaje cooperativo y otros enfoques nuevos al aula
- Para enseñar a los estudiantes a pensar.

De otro lado, DeBellis & Rosenstein [2] afirman que las matemáticas discretas se ofrecen para atraer personas a las actividades matemáticas; para plantear preguntas interesantes que sean fácilmente comprensibles y que se presten para la experimentación; para cambiar los puntos de vista de los matemáticos y la forma en que asesoran; para hacer las matemáticas relevantes; para proporcionarles a los maestros ideas matemáticas interesantes e importantes y estrategias que puedan utilizar para fortalecer el razonamiento y las habilidades para resolver problemas; y para apelar al estilo de aprendizaje de muchos maestros de escuelas primarias debido a su particular visión del asunto.

## 3. Contenidos básicos de los experimentos en matemática discreta

Usualmente las matemáticas discretas incluyen:

1. Lógica: un estudio del razonamiento
2. Teoría de conjuntos: un estudio de las colecciones de elementos
3. Sistemas algebraicos
4. Teoría de grafos

De acuerdo con el contenido y el objeto de la formación, y la necesidad de cultivar la habilidad para resolver problemas prácticos, hemos diseñado seis experimentos, que requieren que los estudiantes programen en algún lenguaje de programación. Los experimentos tienen tres niveles en la práctica docente. El primer nivel es el tema básico, que todos los estudiantes necesitan para realizarlo. El segundo y tercer nivel del experimento son opcionales de acuerdo con la capacidad propia del estudiante.

### 3.1 Experimentos en Lógica

La lógica proposicional y la lógica de predicados constituyen la Lógica en las matemáticas discretas. En

Lógica, las tablas de verdad es un concepto importante, que se puede utilizar para resolver todo tipo de problemas [5]. Por ejemplo, los tipos de fórmula de la lógica proposicional, principales formas normales conjuntiva y disyuntiva, y el criterio de ecuaciones equivalentes. El objeto principal de los experimentos de esta unidad es la captura del valor de verdad de la tabla de verdad, y comprender las formas y los medios de resolver la tabla de verdad.

Los experimentos en lógica incluyen:

1. Buscar una tabla de verdad para una fórmula de lógica proposicional arbitraria
2. Buscar una forma normal conjuntiva y disyuntiva principal de una fórmula lógica proposicional
3. Razonar utilizando la tabla de verdad.

### 3.2 Experimentos en Teoría de conjuntos

La Teoría de conjuntos es la base de las matemáticas, que es una parte indispensable de las ciencias computacionales. Es ampliamente utilizada en las estructuras de datos, la teoría de bases de datos, la teoría de conmutación de señales, la teoría de autómatas y otros dominios; y las reglas de operación, lo más elevado de relaciones y funciones, son el contenido principal de la Teoría de conjuntos. El objeto principal de los experimentos en esta unidad es entender el conjunto, la relación y la función, y comprender sus propiedades.

Los experimentos en Teoría de conjuntos incluyen:

1. Buscar la intersección, la unión y la diferencia de conjuntos entre dos conjuntos fijados arbitrariamente
2. Buscar el conjunto potencia de un conjunto arbitrario
3. Buscar todos los sub-conjuntos de un conjunto arbitrario
4. Buscar la permutación completa de algunos elementos
5. Evaluar la propiedad de una relación: reflexividad, simetría, transitividad y equivalencia. Si una relación es la relación equivalente, entonces, buscar su clase de equivalencia
6. Evaluar una función desde una relación y evaluar la inyección y el mapa subjetivo.

### 3.3 Experimentos en Sistemas algebraicos

Un sistema algebraico lo constituye un conjunto no vacío y algunas operaciones. El método de investigación y el resultado puede construir el modelo matemático calculable y la complejidad del cálculo. El objeto principal de los experimentos de esta unidad es encontrar el verdadero significado del sistema algebraico, el mini-grupo, el super-grupo y el grupo.

Los experimentos en Sistemas algebraicos incluyen:

1. Evaluar la constitución de un sistema algebraico dado un conjunto y una operación binaria
2. Evaluar el mini-grupo, el super-grupo y el grupo con base en 1.

### 3.4 Experimentos en Teoría de grafos

La teoría de grafos es una sub-rama interesante y ampliamente utilizada de las matemáticas, que se refiere a los objetos discretos como objeto de investigación. Puede ser utilizada en teoría de redes, teoría de la información y las ciencias computacionales. El objeto principal de los experimentos en esta unidad es comprender el concepto básico de la Teoría de grafos, entender la representación de los gráficos en el computador, y resolver algunos problemas prácticos con los gráficos.

Los experimentos en Teoría de grafos incluyen:

1. Buscar la matriz de accesibilidad de un gráfico
2. Buscar todos los sub-grafos principales de un grafo dirigido
3. Buscar todos los sub-grafos de un solo sentido de un grafo dirigido
4. Buscar el conjunto de nodos finales de un gráfico
5. Buscar el conjunto de aristas finales de un gráfico
6. Buscar el encuadre perfecto de un grafo bipartito
7. Buscar el camino más corto desde un punto de origen a otro punto
8. Buscar una ruta crítica en un gráfico
9. Buscar un árbol de expansión mínima de un gráfico [6]
10. Buscar el código Huffman [7].

### 4. Implementación del método

En la práctica, los estudiantes se dividen en varios grupos y eligen un líder. Luego, discuten el tema propuesto por el maestro. El maestro debe guiar a los estudiantes para resolver el problema. A continuación se ilustra la implementación utilizando la tabla de verdad como ejemplo.

#### Paso 1: Presentación de las preguntas

Las Tablas de verdad es un concepto importante en la lógica, mediante el cual se puede resolver casi todas las preguntas. Entonces, ¿cómo se obtiene la tabla de verdad de una fórmula arbitraria?

#### Paso 2: Definir el problema

La clave para buscar la tabla de verdad incluye: 1) definir cada valor asignado de variables, 2) calcular el valor en función del valor asignado. Para este tipo de problemas el maestro debe incentivar al alumno a proponer su propia opinión para buscar la solución perfecta.

#### Paso 3: Intercambio entre grupos

El maestro puede sugerir el método apropiado para este intercambio. Para el punto 1 del paso anterior, el valor asignado a las variables de verdad sigue estas reglas: 0 y 1 aparecen alternativamente en cada columna. Entonces es fácil de programar por los estudiantes. Se pueden utilizar operadores lógicos en un lenguaje de programación avanzado para resolver el punto 2. Por ejemplo, el "no" lógico not (!), el "y" lógico and (&&) y el "o" lógico or (||) pueden corresponder exactamente a los operadores lógicos not (~), conjunción ( $\wedge$ ) y disyunción ( $\vee$ ). Y la prioridad también es coherente entre sí.

#### Paso 4: Implementación con un lenguaje de programación

Podemos elegir cualquier lenguaje de programación familiar para implementar el anterior programa.

#### Paso 5: Verificación

Es posible verificar la correctitud del programa de acuerdo con los valores de entrada asignados.

#### Paso 6: Continuidad

Una de las características más importantes de esta propuesta es la posibilidad de alentar a los estudiantes para que continúen y desarrollen el pensamiento científico de razonamiento lógico y abstracto.

### 5. Evaluación del experimento

En los experimentos formativos de matemática discreta, es importante establecer un sistema y un mecanismo de evaluación. Para este ejercicio se propone el siguiente sistema de evaluación.

1. Preparación del experimento. Puntuación máxima: comprender los objetivos, demandas y principios básicos; en otra circunstancia, se puede valorar de acuerdo con el logro.
2. Práctica de programación. Puntuación máxima: el programa y el resultado son correctos; puntuación media: el programa o el resultado son incorrectos; o si el resultado del programa es cero.
3. Registro de los experimentos. Puntuación máxima: se lleva un registro de todos los experimentos; puntuación media: sólo se registra lo más importante de cada experimento.
4. Reporte de los experimentos. Puntuación máxima: el formato y el contenido son correctos; puntuación media: el formato o el contenido son incorrectos.

### REFERENCIAS

- [1] S. Maurer. What is discrete mathematics? The many answers. In J. Rosenstein, D. Franzblau, & F. Roberts, (Eds.), *Discrete Mathematics in the Schools*, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol. 36, pp. 118-132. 1997.
- [2] V. DeBellis & J. G. Rosenstein. Discrete Mathematics in Primary and Secondary Schools in the United States. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Vol. 36, No. 2, pp. 46-55. 2004.
- [3] V. L. Almstrum, P. B. Henderson, V. Harvey, C. Heeren, W. Marion, C. Riedesel, L. Soh & A. E. Tew. Concept inventories in computer science for the topic discrete mathematics. *The 11th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education, ITICSE'06*. Bologna, Italy. June 26-28, 2006.
- [4] S. F. Buchel. Increased Student Participation in a Discrete Mathematics Course. *Journal of Computing Sciences in Colleges*. Vol. 20, No. 4, pp. 68-76. April 2005.
- [5] V. Shanmugasundaram, P. Juell & C. Hill. Knowledge Building Using Visualizations. *The 11th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education, ITICSE'06*. Bologna, Italy. June 26-28, 2006, Visualizations web site. 2006.
- [6] K. Kasmarik & J. Thurbon. Experimental Evaluation of a Program Visualization Tool for Use in Computer Science Education. *Australasian Symposium on Information Visualization*. Adelaide, Australia, pp.111-116. 2003.
- [7] J. W. McGuffee. The Discrete Mathematics Enhancement Project. *Journal of Computing Sciences in Colleges*, Vol. 17, No. 5, pp. 162-166. April 2002. [Ω](#)

5. Evaluación parcial. Puntuación = (puntuación práctica de programación + puntuación registro experimento + puntuación registro experimento + puntuación registro experimento)/4.

6. Evaluación final:

$$Evaluación\ final = \sum_{i=1}^n (Puntuación_i * k)$$

k es el coeficiente, lo puede determinar el maestro, y la valoración final se extrae de la Tabla 1.

TABLA 1  
Relación entre puntuación y valoración

Puntuación	Valoración
90-100	Excelente
80-89	Sobresaliente
70-79	Bueno
60-69	Aceptable
50-59	Insuficiente
Menor a 50	Deficiente

Además, es posible comprobar el reporte del experimento a través del servidor FTP.

### 6. Conclusiones

La matemática discreta es la matemática más esencial, emocionante y útil que se pueda incluir en los procesos formativos. La conclusión general es que el objetivo base de reformar: primero los objetivos, luego el proceso formativo, y finalmente la evaluación, es de hecho una forma viable para desarrollar eficientemente la práctica de formar en matemáticas. Al adicionar experimentos a los procesos formativos en matemáticas discretas, es posible integrar la teoría y el programa en una sola, que mejoran la comprensión de estas matemáticas.