

Carta de control bayesiana asociada a no conformidades en las historias clínicas

Bayesian control letter associated with non-conformities in medical records

Carlos Alberto Hurtado Castaño*
Stiven Villada-Gil**
Juan Carlos Correa Morales***

(Recibido el 05-09-2020. Aprobado el 05-11-2020)

Estilo de citación de artículo:

C. A. Hurtado Castaño, S. Villada-Gil, and J. C. Correa Morales, "Carta de control bayesiana asociada a no conformidades en las historias clínicas", *Lámpsakos*, no. 24, pp. 23-32, julio-diciembre, 2020. DOI: 10.21501/21454086.3362

Resumen

En el presente trabajo se exploró la utilización de una herramienta de común uso industrial, las cartas de control, en un ámbito netamente social, específicamente en la salud. Se pretendió exponer un método para introducir este concepto con base en herramientas de fácil uso e implementación; este concepto está constituido por la técnica propuesta por Ishikawa [1] como primera instancia del proceso, seguida de la implementación de la metodología Delphi en dos rondas y, finalmente, con una tercera ronda de Delphi, que usa el método de elicitación a mano alzada. Este proceso resultó ser novedoso debido a la estimación de los límites de control bayesianos y a la estimación de la distribución *a priori* a mano alzada; se acudió a expertos y se determinó la distribución predictiva *a posteriori* que permite la actualización permanente de los límites de control en un proceso social hasta donde sabemos no usado en la literatura. El resultado permitirá la generación de alertas tempranas de control del proceso, ya sea por el aumento no esperado de la cantidad de no conformidades o porque las innovaciones son sorprendentemente menores a lo esperado de acuerdo a la distribución de probabilidad *a posteriori*.

Palabras clave: Carta de control; Método Delphi; Estadística bayesiana; Control estadístico; Elicitación; Ishikawa; distribución *a priori*; Distribución de probabilidad *a posteriori*; Intervalo de confianza variable; Software estadístico R.

* MSc. en Estadística, Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid. Facultad de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas. Medellín, Colombia. Contacto: carlosahurtado@elpoli.edu.co

** Ph.D en Ingeniería, Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid. Facultad de Ciencias Básicas, Sociales y Humanas. Medellín, Colombia. Contacto: svillada@elpoli.edu.co

*** Ph.D en Estadística, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. Escuela de Estadística. Contacto: jecorrea@unal.edu.co

Abstract

In this work, using a commonly used industrial tool, such as control charts, was explored in a purely social environment, specifically in health. It was intended to present a method to introduce this easy-to-use tools-based concept and implementation. Based on the technique proposed by Ishikawa [1] as the first instance of the process, it is followed by the implementation of the Delphi methodology in two rounds and ending with a third round of Delphi, using the freehand elicitation method. This process turned out to be novel due to the estimation of the Bayesian control limits, the estimation of the a priori distribution by freehand, consulting experts, and the determination of a posteriori predictive distribution. These allow the permanent updating of the control limits in a social process, as far as we know, not used in the literature. This result will allow the generation of early alerts to control the process, either due to the unexpected increase in non-conformities or because the innovations are surprisingly less than expected according to the posterior probability distribution.

Keywords: Control chart, Delphi method, Bayesian statistics; Statistical processes control; Elicitation; Ishikawa; A priori distribution; A posteriori probability distribution; Variable confidence interval; R statistical software.

DOI: <https://doi.org/10.21501/21454086.3362>

1. INTRODUCCIÓN

El sistema de salud en Colombia es planeado a partir de los datos capturados a través de las historias clínicas; tales documentos electrónicos y físicos son valorados en cuanto a su calidad a través de trece criterios: motivo de consulta, antecedentes, revisión por sistemas, signos vitales, examen físico de cefalocaudal, énfasis motivo de consulta, impresión diagnóstica, apoyo diagnóstico realizado o pendiente, prescripción de medicamentos, acciones educativas y enfoque de riesgo, criterios clínicos, ortografía y racionalidad científica [1].

El control estadístico de procesos (SPC por sus siglas en inglés) se refiere a los métodos usados para monitorear y mejorar la calidad y productividad de ciclos de manufactura y servicios. Este involucra la implementación de cartas de control, usadas para detectar un cambio en la media o la varianza de un proceso que podría afectar la calidad del mismo. Las cartas de control están entre las herramientas más importantes y usadas en estadística [2].

Una carta de control es una gráfica en la que se despliega una medición de la característica de calidad de un proceso a través del tiempo. En cualquier proceso es útil conocer en cada instante hasta qué punto nuestros productos o servicios cumplen con las especificaciones preestablecidas. Podemos decir que la calidad de un producto tiene dos grandes *enemigos*: las desviaciones con respecto al objetivo especificado (falta de exactitud) y una excesiva variabilidad respecto a los valores deseables (falta de precisión) [3]. En procesos de medición de fenómenos sociales no es habitual encontrarse con cartas de control para la administración de los procesos. No obstante, estas herramientas pueden usarse al igual que en el sector industrial [4].

Una propiedad diferencial de los procesos sociales frente a los industriales es que los parámetros de medición, como la media o la varianza, pueden sufrir cambios en el tiempo, lo cual, de hecho, es con frecuencia lo que se busca. Un ejemplo de esto son las tasas de error en los registros clínicos de los usuarios de un sistema de salud; se espera que las mediciones de este estadístico bajen mes a mes en consonancia con los esfuerzos

que desarrolle la organización al respecto, con lo que las cartas de control tradicionales le exigen al proceso de medición introducirse en un ciclo de entrada y salida de las fases I y II del proceso de control, lo que convierte la carta del control en una herramienta poco práctica [5].

Una carta de control tiene como finalidad ser una herramienta útil para detectar el estado no aleatorio o fuera de control de un proceso. Si la detección de un punto fuera de control es lenta, se producen más artículos defectuosos o por fuera de especificaciones, lo que tiene como consecuencia un desperdicio y un costo mayor. En particular, las cartas de control establecen si el comportamiento de un proceso se mantiene en un nivel aceptable de calidad. Se espera que cualquier proceso experimente una variabilidad natural [6].

En un mundo ideal, podríamos diseñar un proceso con características de calidad que siempre cumplan con el objetivo sin ninguna variación. En un mundo real los productos tendrán siempre una variación respecto del objetivo y requerirán un control del proceso. En general todos los procesos mostrarán variaciones en sus características de calidad; en este sentido, tal variabilidad puede dividirse en dos [7], así:

- Variación debido a causas asignables.
- Variación debido a causas comunes, variación aleatoria (de causa desconocida o insignificante, diferenciada de la definición matemática –sin causa–) o inherente al proceso [3].

Las causas asignables, si existen, pueden deberse a la maquinaria, al material, al profesional, entre otras, mientras que las causas comunes son inherentes al proceso. Operacionalmente, un sistema funciona bajo causas comunes en cada realización del proceso. Estas dos fuentes de variación son la base para diferentes definiciones de proceso controlado o fuera de control.

Además, en las cartas de control *frecuentistas* no se incluye el conocimiento que los dueños del proceso tienen sobre el fenómeno que se está llevando a cabo,

pues dependen exclusivamente de la historia aportada por los datos. Este hecho, en particular, hace justificable la búsqueda de métodos como las cartas de control bayesianas, las cuales, además de tener en cuenta los cambios en los parámetros de interés medidos en el tiempo, también usan el conocimiento del proceso proveniente de expertos para proporcionar con frecuencia resultados aceptables por los interesados.

El problema en estudio es relevante por cuanto el adecuado registro en la historia clínica de los pacientes, permite mayor pertinencia en las conductas a seguir y además facilita la formulación de políticas públicas en salud con base en datos ciertos.

Aquí se presenta la construcción del proceso *elicitatorio*, la construcción de la distribución *a priori* a partir de la opinión de expertos y, por último, la construcción de los límites de control de la carta a partir de percentiles equivalentes a un intervalo de confianza, con una confianza del 95 % de la distribución de probabilidad predictiva *a posteriori* punto a punto, lo que implica no solo que los límites de control son variables, sino que también la distribución de probabilidad de los parámetros cambia a la luz de los nuevos datos.

En este artículo se pretende mostrar una aplicación social en el ámbito de control de calidad de historias clínicas en salud; una herramienta de uso industrial como la carta de control bajo el esquema bayesiano, cuyos límites de control han sido establecidos a través de un proceso de *elicitación* en tres etapas y cuyos resultados permitan a los responsables de auditoría tomar medidas tempranas para el mejoramiento del registro.

2. METODOLOGÍA

Cartas de control bayesianas

En las cartas de control frecuentistas Shewhart [8], los límites de control se definen a partir de la historia del proceso o bien en una etapa I de evaluación previa a la

etapa de control. Se establece en esta etapa que el proceso está bajo control (dentro de los límites) para con ello dar continuidad a la etapa de monitoreo o control del proceso. La estructura de una carta de control está basada en el concepto frecuentista de corridas largas, es decir, el número de muestras antes de una detección fuera de control, de la cual se requiere una baja tasa de falsa alarma si el proceso está bajo control, y corta si el proceso realmente está fuera de control, lo que habla de la alta potencia de la carta [9].

Un problema que está siendo estudiado con enorme interés en control estadístico de procesos en los últimos años es el de escasos de datos en la fase I del proceso de control [9], [12]. Esta dificultad es frecuente en procesos cuyo control pueda ser costoso, cuyas mediciones obliguen a experimentación destructiva, conlleven considerable tiempo de ejecución o el producto, fruto del proceso de vigilancia, no admita periodo base de control.

Tsiamyrtzis y colaboradores [13] proponen no asumir límites de control provenientes de la fase I —con frecuencia restringida por el número de datos— sino cercarse al problema a través de técnicas bayesianas que permitan la actualización de los límites de control, en la medida en que nuevas realizaciones del proceso sean observadas desde una perspectiva bayesiana [14], [16].

Este método no implica establecer unos límites de control, sino la distribución *a priori* de los mismos, a partir de la cual se pueda construir la distribución *a posteriori* sustentada en las realizaciones nuevas del proceso a fin de hacer las inferencias correspondientes. Khatiwada & Sthapit [17] muestran que esto tiene sentido ya que es precisamente cuando hay pocos datos disponibles o cuando su obtención es costosa, que una creencia previa podría ser incorporada en la práctica.

DOI: <https://doi.org/10.21501/21454086.3362>

Densidad *a priori*

Colosimo y colaboradores [9] introdujeron tres casos comunes de distribución *a priori*: uno de ellos, la *a priori* conjugada, asegura que la distribución de probabilidad *a posteriori* tendrá una forma cercana a la calculada a partir de la verosimilitud de los datos; la clase de *a priori* llamada *no conjugada* resulta de una propuesta de distribución con una forma distinta a la propuesta por los datos; y las *a priori* no informativas no proveen información acerca del parámetro. En esta propuesta de análisis bayesiano se necesita modelar el conocimiento *a priori* sobre los parámetros de la distribución *a priori* de los expertos, de tal suerte que tal distribución provenga de la experiencia y conocimiento de quienes son los dueños o responsables de este. Existen multiplicidad de formas en que se puede recabar el pensamiento *a priori* que los expertos tienen sobre un fenómeno en particular. La herramienta que se consideró útil para la obtención de información *a priori* en nuestro proceso es el método Delphi [18], que se modificó para la última etapa o ronda.

Se optó por la obtención de una distribución *a priori* construida a mano alzada por los expertos; la intención de la herramienta es que ellos describan gráficamente su conocimiento acerca de la distribución de probabilidad de la variable de interés, en este caso las no conformidades por historias clínicas auditadas. La ilustración correspondiente a las respuestas de cada uno de los expertos (en este caso auditores) es la presentada en la Figura 1.



Figura 1. Elicitación a mano alzada de la probabilidad (eje *y*) del número de no conformidades promedio por historia clínica de acuerdo con uno de los expertos.

Nótese que el eje de las ordenadas no tiene escala alguna; esto fue hecho adrede con la finalidad de no perturbar la noción de probabilidad que cada auditor tiene en su cerebro, y más bien permitirle expresar su idea de la probabilidad de ocurrencia de cada evento. Las distribuciones *a priori* obtenidas de las opiniones de los expertos están resumidas en la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros de la distribución gamma *a priori* propuesta por cada experto.

Parámetro	β	α
Auditor 1	1,0477256	2,9609640
Auditor 2	0,6798596	3,02841630
Auditor 3	1,7240356	4,74110110

Mezcla de distribuciones *a priori*

Las distribuciones *a priori* a mano alzada propuestas por los expertos deben ser ahora unificadas a través de alguna técnica que nos permita obtener solo una que incluya la información obtenida.

Clement & Winkler [19] proponen algunos métodos matemáticos para fusionar distribuciones; los más destacados son:

1. Mezcla de la opinión lineal

$$p(\theta) = \sum_{i=1}^n \omega_i p_i(\theta) \quad (1)$$

Donde n es el número de expertos, $p_i(\theta)$ representa la distribución del experto i -ésimo para la variable θ , $p(\theta)$ es la distribución combinada y ω_i es el peso asignado al experto i , los cuales suman 1.

2. Aproximación bayesiana. Un esquema de actualización bayesiano es el método más oportuno para algunos expertos [20]. Este método proporciona una forma bayesiana para combinar información y rutas de asignación de pesos a los expertos. Si n expertos proporcionan información $g_1, g_2, g_3, \dots, g_n$ para informar acerca del parámetro θ de una distribución, puede usarse el teorema de Bayes con el fin de actualizar la información sobre $p(\theta)$; esto es, consensuar matemáticamente la opinión de los expertos sobre θ y, por ende, sobre $p(\theta)$, así:

$$p^* = p(\theta | g_1, g_2, g_3, \dots, g_n) = \frac{p(\theta)L(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n | \theta)}{p(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n)} \quad (2)$$

3. Otra aproximación allí propuesta es el promedio multiplicativo, llamado algunas veces mezcla de opinión logarítmica. La distribución de probabilidad combinada es de la forma:

$$p(\theta) = k \prod_{i=1}^n p_i(\theta)^{w_i} \quad (3)$$

Donde k es una constante normalizada, n es el número de expertos y los pesos w_i satisfacen algunas restricciones para asegurarse que $p(\theta)$ es una distribución de probabilidad.

La solución adoptada para el problema abordado es la instrucción *gammamixEM* del paquete *mixtools* [21] del software estadístico R [22], el cual propone como solución una mezcla de distribuciones asociada a una ponderación establecida por el investigador, ordinariamente asociada con la credibilidad, experiencia y resultados de cada experto. Esta solución usa el algoritmo EM.

Para ello, debieron simularse conjuntos de datos asociados a cada distribución propuesta por cada experto; en este caso, doscientas simulaciones por distribución *a priori*. Con ellas, se procede a ejecutar el algoritmo propuesto que requirió 374 iteraciones para obtener un conjunto de parámetros asociados a la distribución de probabilidad mezclada que se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Parámetros de la distribución Gamma *a priori* procedente de la mezcla de distribuciones gamma de tres expertos.

α	β
2,841210	0,85415664

Como consecuencia del modelo experimental usado —número de ensayos hasta obtener un éxito en condiciones de p (éxito) pequeña— podemos decir que la variable de interés tiene una distribución de probabilidad

DOI: <https://doi.org/10.21501/21454086.3362>

Poisson, conduciendo a elegir como distribución *a priori* informativa para λ a la distribución de probabilidad Gamma.

Es destacable que λ puede dársele tratamiento estocástico, por cuanto es un parámetro cuyo valor en el tiempo i depende de las realizaciones observadas de la variable aleatoria en el instante $i - 1$. Esta es fundamentalmente una idea novedosa para los tipos de modelos de cartas de control tradicionales.

En general, la representación del modelo es:

$$y_i \sim \text{Poisson}(\lambda) \tag{4}$$

Con distribución de probabilidad para λ_i

$$\lambda_i \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta) \tag{5}$$

3. RESULTADOS

La construcción de la distribución predictiva *a posteriori*, y desde luego de la carta de control bayesiana, con base en la elicitación ejecutada con el grupo de expertos, puede mostrarse como:

La distribución predictiva *a posteriori* es una Binomial - Negativa con media $\frac{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}{n + \beta}$ y varianza $\frac{\sum_{i=1}^n x_i + \alpha}{(n + \beta)^2} (n + \beta + 1)$. Con estas cuentas, estamos en capacidad de definir un intervalo de probabilidad r , que cubra el valor de p ; es decir, un intervalo con extremos a y b que satisfagan la ecuación (6).

$$\int_a^b f(p|x) dp = r \tag{6}$$

Habitualmente se escogen a y b de manera que deja probabilidad $\frac{1-r}{2}$ a su izquierda y $\frac{1-r}{2}$ a su derecha.

La distribución predictiva *a posteriori* está dada por $p(x_{new} | x)$ que expresa la probabilidad de ocurrencia de la innovación observada a la luz de los datos previos, permitiendo con ello el cálculo de un intervalo de confianza para la respuesta media que se traduce en la localización de los límites de control para la innovación x_{new+1} .

$$p(x_{new} | x) = \frac{\Gamma(x_{new} + \sum x_i + \alpha)}{\Gamma(\sum x_i + \alpha) \Gamma(\sum x_{new} + 1)} \left(\frac{n + \beta}{n + \beta + 1} \right)^{\sum x_i + \alpha} \left(\frac{1}{n + \beta + 1} \right)^{x_{new}} \tag{7}$$

Para la construcción definitiva de la carta de control se eligió un intervalo con $r = 0,95$. En la Figura 2 se presenta la carta de control clásica para el número de no conformidades por historia clínica, mientras que la Figura 3 presenta la carta de control bayesiana cuyos límites de control han sido elicitados con el concurso de expertos.

Obsérvese que en la carta de control de la Figura 2 calculada con el método clásico presentado en las ecuaciones (8) y (9) muchos de los puntos del proceso están por fuera de los límites de control, sea porque en verdad el proceso está fuera de control o por falsas alarmas.

$$LCI = \max \left(\hat{\lambda} - 3 \sqrt{\hat{\lambda}/m_i}, 0 \right) \tag{8}$$

$$LCS = \hat{\lambda} + 3 \sqrt{\hat{\lambda}/m_i} \tag{9}$$

Figura 2. Carta de control clásica para controlar las no conformidades por historia clínica.

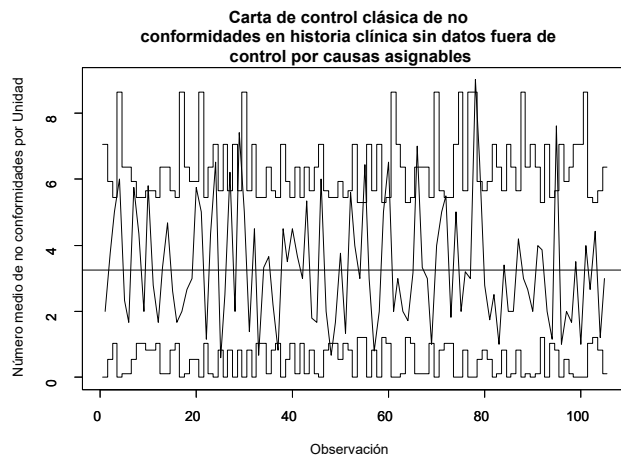


Figura 3. Carta de control clásica para controlar las no conformidades por historia clínica.

Por otro lado, la carta de control bayesiana presentada en la Figura 3, cuyos límites de control son calculados con la ayuda de la distribución de probabilidad predictiva *a posteriori* presentada en la ecuación (7), no muestra signos de que el proceso está fuera de control y, de hecho, no hay alarmas que digan al analista que debe parar o revisar su proceso.

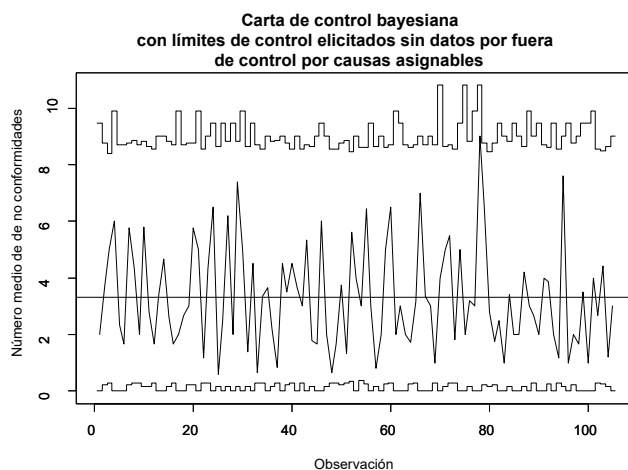


Figura 4. Carta de control bayesiana con límites de control elicitados de las no conformidades por historia clínica.

4. DISCUSIÓN

La aplicación de cartas de control bayesianas del número de no conformidades en las historias clínicas permite que la capacidad del proceso sea mayor en el sentido de que se genera un menor volumen de falsas alarmas; en este sentido, cabe construir un procedimiento para el cálculo de las curvas características de operación para estas cartas de control que se alejan de la tradicional teoría de normalidad de los datos.

Las distribuciones de probabilidad *a priori* son el objeto de estudio más relevante para la definición de una carta de control útil, por lo que el procedimiento aquí expuesto lo pone en evidencia.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se muestra la construcción de una carta de control en el campo social de la salud, aunque se ha tratado de una herramienta tradicionalmente usada en el ámbito industrial; se contó con la participación del personal de salud responsable de controlar el proceso de manera directa.

La inclusión del conocimiento de expertos en el cálculo de los límites de control de la carta de control proporciona un valor agregado superior en términos del acercamiento a la realidad del fenómeno más allá de la verosimilitud de los datos, además de hacerla más creíble por los responsables de su uso.

La falta de datos para la consecución de la fase I del proceso de construcción de una carta de control suele ser una limitación, pero es evitable con el uso de esta carta de control bayesiana que se propuso para este fenómeno.

Las ventajas de considerar los parámetros de la carta de control como variables aleatorias permite que en la medida en que las intervenciones del proceso surten efecto en los datos, como es el caso de las no confor-

DOI: <https://doi.org/10.21501/21454086.3362>

midades en las historias clínicas, los límites se autoajustan sin requerir reiniciar el proceso de construcción de la carta de control.

Los expertos pueden ajustar sus opiniones en cualquier momento, reacomodando con esto los límites de control calculados a partir de sus experiencias y la verosimilitud de los datos.

6. CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran la inexistencia de conflicto de interés con institución o asociación comercial de cualquier índole.

7. REFERENCIAS

- [1] K. Ishikawa, *Guide to Quality Control*. Tokio, Japan: Asian Productivity Organization, 1986.
- [2] W. Woodall and M. Mahmoud, "The Inertial Properties of Quality Control Charts," *Technometrics*, vol. 46, no. 47, pp. 425-436, 2005, doi: <https://doi.org/10.1198/004017005000000256>
- [3] J. Juran y F. Gryna, *Manual de control de calidad*. Madrid, España: McGraw-Hill, 1993.
- [4] S. Limaye, C. Mastrangelo and D. Zerr, "A case study in monitoring hospital associated infections with count control charts," *Quality Engineering*, vol. 20, no. 4, pp. 404-413, 2008, doi: <https://doi.org/10.1080/08982110802334120>
- [5] W. Chiu and M. Leung, "A new Bayesian approach to quality control charts," *Metrika*, vol. 2, no. 1, pp. 243-253, 1980, doi: <https://doi.org/10.1007/BF01893602>
- [6] R. Walpole, *Probabilidad y Estadística para Ingenieros*. México D.F., México: Prentice – Hall Hispanoamericana S.A., 1999.
- [7] W. Deming, *Out of the Crisis*. Cambridge, Inglaterra: M.I.T. Press Cambridge M.A., 1986.
- [8] W. Shewhart, "Quality control charts". *Bell System Technical Journal*, vol. 5, no. 4, pp. 593-603, 1926. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1926.tb00125.x>
- [9] H. Gutiérrez, "Cartas de Control Bayesianas para Atributos y el Tamaño de Subgrupo Grande en la Carta p," *Revista Colombiana de Estadística*, vol. 29, no. 2, pp. 163-180, 2006. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/estad/article/view/29180>
- [10] B. Colosimo, and E. del Castillo, *Bayesian Process Monitoring – Control and Optimization*. Boca Raton, Estados Unidos: Chapman and Hall/CRC-Taylor and Francis Group, 2007.
- [11] P. Tsiamyrtzis, *A Bayesian Approach to Quality Control Problems*, PhD thesis, Faculty of the Graduate School, University of Minesota, 2000.
- [12] Y. Zhijian, "Multivariate Bayesian Process Control", PhD thesis, Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, 2008.
- [13] P. Tsiamyrtzis, and D. Hawkins, "A Bayesian Scheme to Detect Changes in the Mean of a Short-Run Process," *Technometrics*, vol. 47, no. 4, pp. 446-456, 2005, doi: <https://doi.org/10.1198/004017005000000346>
- [14] J. Bernardo and A. Smith, *Bayesian Theory*. New York, United States: Wiley and Sons, 1994.
- [15] R. Marcellus, "Bayesian Statistical Process Control," *Quality Engineering*, vol. 20, no. 1, pp. 113-127, 2008, doi: <https://doi.org/10.1080/08982110701509046>
- [16] J. Marin, and C. Robert, *Bayesian Core. A Practical Approach to Computational Bayesian Statistics*. New York, United States: Springer, 2007.

- [17] R. Khatiwada, and A. Sthapit, "An application of bayesian method in packaged food quality control," *Nepal Journal of Science and Technology*, vol. 9, pp. 41-48, 2008, doi: <https://doi.org/10.3126/njst.v9i0.3163>
- [18] M. Grime, and G. Wright, "Delphi Method," *Wiley StatsRef: Statistics Reference Online*, 2016, doi: <https://doi.org/10.1002/9781118445112.stat07879>
- [19] R. Clement, and R. Winkler, "Combining Probability Distribution from Experts in Risk Analysis," *Risk Analysis*, vol. 19, no. 2, pp. 187-203, 1999. <https://faculty.fuqua.duke.edu/~clemen/bio/Published%20Papers/28.CombiningDistributions-Clemen&Winkler-RA-99.pdf>
- [20] R. Clement, and R. Winkler, "Combining Economic Forecasts," *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 4, no. 1, pp. 39-46, 1986, doi: <https://doi.org/10.2307/2583199>
- [21] T. Benaglia, D. Chauveau, D. Hunter and D. Young, "Mixtools: An R Package for Analyzing Finite Mixture Models," *Journal of Statistical Software*, vol. 32, no. 6, pp. 1-29, 2009.
- [22] R Core Team, "R: A Language and Environment for Statistical Computing". Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2013.